

*Горалік Є.Т., Лупіна Т.О.*

## ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ПРО ОСТІЙНІСТЬ ПЛАВЗАСОБІВ В КУРСАХ ТЕОРЕТИЧНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ

*Метою статті є розробка та апробація методики розв'язання деяких задач про остійність плавзасобів для практичних занять та розрахунково-графічних робіт з курсів теоретичної та прикладної механіки для студентів спеціальності 271 «Морський та внутрішній водний транспорт».*

*На основі положень теорії початкової статичної остійності суден розглянуто задачі з розрахунку початкової поперечної метацентричної висоти плавзасобу з корпусом у вигляді прямокутного паралелепіпеда та побудови його метацентричних діаграм, а також задачі з розрахунку висоти розташування центру мас вантажу над палубою плавзасобу при заданому значенні його поперечної метацентричної висоти. Наведено необхідні для розв'язання запропонованих задач аналітичні розрахункові залежності, обчислення за якими виконувались з використанням програми Microsoft Excel.*

*Апробація методик розв'язування задач здійснена на прикладі сталевого понтона вантажопідйомністю 100 кН, корпус якого вагою  $P_n=20,8$  кН має форму прямокутного паралелепіпеда розмірами  $2,4 \times 0,9 \times 9,0$  м. Розрахунки проводились для випадку розташування центру ваги вантажу на одній вертикалі з центром ваги корпусу понтона при послідовному ступеневому збільшенні ваги вантажу в діапазоні від 10 до 100 кН з кроком 10 кН.*

*Результати розрахунків представлені у вигляді таблиць та графіків залежностей: осадки понтона, аплікат центру величини, центру ваги, метацентру, метацентричного радіусу та метацентричної висоти понтона від ваги вантажу при заданій висоті його розташування над палубою; висоти розташування центру ваги вантажу над палубою в залежності від заданої метацентричної висоти та ваги вантажу. Проведено аналіз розрахункових даних. Описано послідовність визначення параметрів остійності на основі графіків метацентричної діаграми понтона.*

*Зроблено висновок про доцільність використання запропонованих методик розрахунку для практичних занять та розрахунково-графічних робіт з теоретичної та прикладної механіки зі студентами спеціальності «Морський та внутрішній водний транспорт».*

**Вступ.** Міцні знання з природничо-технічних дисциплін є необхідною умовою успішного засвоєння студентами дисциплін циклу професійної і практичної підготовки.

Підвищення мотивації до ґрунтовного вивчення студентами фундаментальних і загально-технічних дисциплін можна досягти шляхом більшого орієнтування на професію, використовуючи задачі, максимально наближені до їх майбутньої практичної діяльності.

Для студентів спеціальності «Морський та внутрішній водний транспорт» до таких задач відносяться різноманітні задачі механіки плаваючих тіл [1], які розв'язуються методами теоретичної механіки. Студенти проявляють зацікавленість до задач про рівновагу плавзасобів, що, зокрема, підтверджується їх доповідями на науково-практичних конференціях ДУІТ [2, 3].

Нажаль, в більшості підручників з теоретичної механіки [4, 5, 6] питання рівноваги плаваючих тіл не розглядаються. В збірниках задач з теоретичної механіки [7, 8] відповідні

задачі також відсутні. Проблема стійкості рівноваги плаваючих тіл в підручниках та навчальних посібниках з теоретичної та прикладної механіки висвітлюється досить рідко [9, 10].

**Постановка проблеми.** Як відомо з [11, 12], умова стійкості рівноваги (початкової остійності) судна та інших плавзасобів полягає в тому, щоб його поперечний метацентр  $M$  знаходився вище центру ваги  $G$ , тобто щоб значення початкової метацентричної висоти  $h_0$ , що визначається з виразу  $h_0 = z_c + r - z_g$  (рис.1), було додатним. Тоді відновлювальний момент  $M_B = D' \cdot l$  при нахилі судна повертатиме його в початкове вертикальне положення.

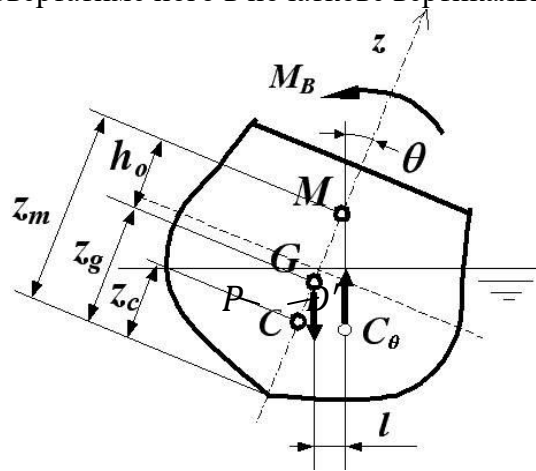


Рисунок 1 – Схема сил, що діють на нахилене судно:

$M_B$  – відновлювальний момент, що перешкоджає перекиданню судна;  $l$  – плече відновлювального моменту;  $P$  – вага судна;  $D'$  – сила підтримання судна;  $z_c$  – апліката центру величини;  $r$  – поперечний метацентричний радіус;  $h_0$  – початкова метацентрична висота як основна характеристика остійності судна;  $z_g$  – апліката центру ваги судна.

Центр величини  $C$  (точка прикладання сили плавучості) знаходиться в центрі ваги підводного об'єму корпусу.

Поперечний метацентр  $M$  (центр кривизни кривої переміщення центру величини) – в поперечній площині.

Поперечний метацентричний радіус  $r$  (радіус кривизни кривої переміщення центру кривизни в поперечній площині) обчислюється за формулою

$$r = \frac{I_x}{V},$$

тобто поперечний метацентричний радіус дорівнює моменту інерції  $I_x$  площі ватерлінії відносно поздовжньої осі, що проходить через центр ваги цієї площі, поділеному на об'ємну водотоннажність  $V$ , яка відповідає цій ватерлінії.

Сила підтримання  $D'$  судна обчислюється за формулою

$$D' = \gamma \cdot V.$$

Питома вага води  $\gamma$  є змінною величиною. При розрахунках зазвичай приймають  $\gamma = 10,05$  кН/м<sup>3</sup> для морської води і  $\gamma = 9,81$  кН/м<sup>3</sup> для прісної води.

Плече відновлювального моменту  $l$  визначається з виразу

$$l = h_0 \cdot \sin \theta.$$

Тоді відновлювальний момент при малих кутах крену:

$$M_e = D \cdot h_0 \cdot \sin \theta.$$

При малих кутах крену замість  $\sin \theta$  в останню формулу можна підставити кут крену  $\theta$  в радіанах. Тоді вона отримає вигляд:

$$M_e = D \cdot h_0 \cdot \theta.$$

Ці формули для відновлювального моменту є метацентричними формулами поперечної остійності.

З практики відомо, що метацентричними формулами можна користуватися аж до  $\theta \leq (10 \div 12)^\circ$  [11].

При розташуванні вантажу на палубі загальний центр ваги плавзасобу з вантажем зміщується вгору відносно положення його центру ваги без вантажу і може, при певних умовах, опинитися вище метацентру, що призведе до перекидання плавзасобу.

Якщо апліката центру ваги судна дорівнює аплікаті його метацентру, маємо випадок нейтральної рівноваги. При цьому плече відновлювального моменту не створюється ні при якому куті крену. В результаті судно залишається в нахиленому положенні до тих пір, доки зберігається нейтральна (нульова) остійність.

На практиці для швидкого визначення положення аплікат центру величини  $z_c$ , центру ваги судна  $z_g$ , поперечного метацентру  $z_m$  та початкової метацентричної висоти  $h_0$  при будь якій осадці  $T$  судна використовують метацентричні діаграми.

**Мета дослідження** полягає в розробці та апробації методики розрахунку початкової поперечної метацентричної висоти і висоти розташування центру мас вантажу при заданому значенні метацентричної висоти над палубою плавзасобу з корпусом у вигляді прямокутного паралелепіпеда, розрахунку і побудови метацентричних діаграм плавзасобу методами теоретичної механіки.

**Основний матеріал.** Розглянемо методику і результати розрахунків аплікат центру величини, центру ваги, поперечного метацентру, початкової поперечної метацентричної висоти, висоти розташування центру ваги вантажу над палубою при заданому значенні метацентричної висоти та побудову метацентричної діаграми плавзасобу на прикладі прямокутного сталевго понтона вагою  $P_n=20,8$  кН, вантажопідйомністю 100 кН, розмірами  $L=9$  м,  $B=2,4$  м,  $H=0,9$  м з розташованим на палубі вантажем, вага якого  $P_B$  змінюється за величиною від 10 до 100 кН, а центр ваги розташований на одній вертикалі з центром ваги понтона (Рис. 2).

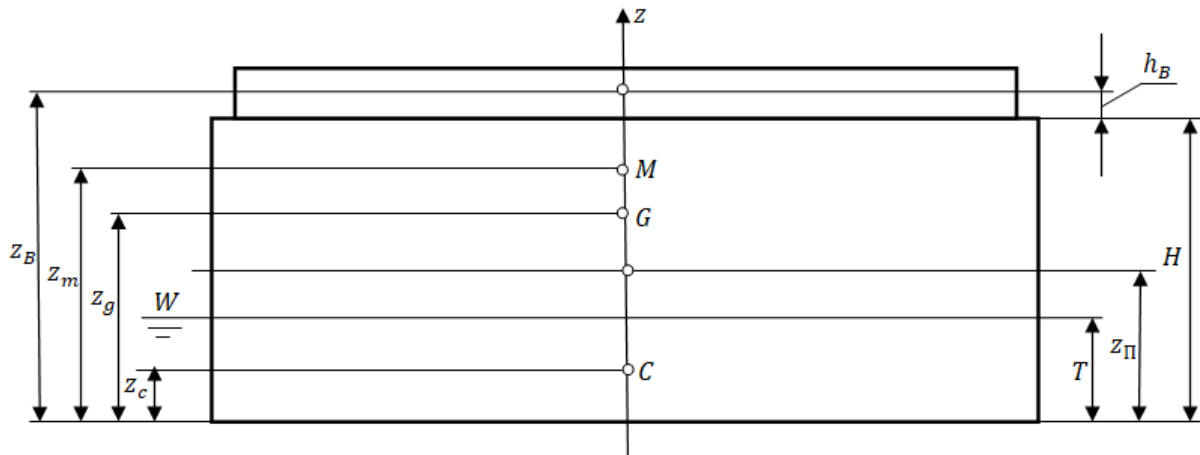


Рисунок 2 – Поперечний переріз понтона з вантажем

Розрахунки проведені за наступними формулами.

Осадка понтона

$$T = \frac{P_{\Pi} + P_B}{L \cdot B \cdot \gamma}.$$

Апліката центру величини

$$z_c = \frac{T}{2}.$$

Об'єм зануреної частини понтона

$$V = L \cdot B \cdot T.$$

Момент інерції ватерлінії відносно поздовжньої осі симетрії

$$I_x = \frac{L \cdot B^3}{12}.$$

Метацентричний радіус

$$r = \frac{I_x}{V}.$$

Апліката метацентру

$$z_m = z_c + r.$$

Апліката центру ваги понтона без вантажу

$$z_{II} = \frac{H}{2}.$$

Апліката центра ваги вантажу

$$z_B = H + h_B.$$

Апліката загального центру ваги понтона з вантажем

$$z_g = \frac{P_{II} \cdot z_{II} + P_B \cdot z_B}{P_{II} + P_B}.$$

Початкова метацентрична висота понтона з вантажем

$$h_0 = z_m - z_g.$$

Значення висоти розташування центру мас вантажу при заданій початковій метацентричній висоті в залежності від ваги вантажу обчислено за формулою

$$h_B = \frac{P_{II} + P_B}{P_B} \cdot \left( z_c + r - h_0 - \frac{P_{II} \cdot z_{II}}{P_{II} + P_B} - \frac{P_B \cdot H}{P_{II} + P_B} \right).$$

Розрахунки проведено для випадку плавання понтона в прісній воді ( $\gamma = 9,81 \text{ кН/м}^3$ ).

Результати розрахунків осадки, аплікат центру величини, центру ваги, поперечного метацентру та поперечного метацентричного радіусу і метацентричної висоти понтона при висоті розташування центру ваги вантажу над палубою  $h_B = 0,35 \text{ м}$  представлені в табл. 1.

Таблиця 1. Результати розрахунків осадки  $T$ , аплікат  $z_c, z_g, z_m$  та метацентричного радіусу  $r$  і метацентричної висоти  $h_0$ , в залежності від ваги вантажу  $P_B$ .

$P_B, \text{кН}$	10	20	30	40	50	60	70		90	100
$T, \text{м}$	0,145	0,192	0,240	0,287	0,334	0,381	0,428	0,476	0,523	0,570
$z_c, \text{м}$	0,073	0,096	0,120	0,143	0,167	0,191	0,214	0,238	0,261	0,285
$z_g, \text{м}$	0,710	0,842	0,922	0,976	1,015	1,044	1,067	1,085	1,100	1,112
$z_m, \text{м}$	3,375	2,589	2,122	1,816	1,604	1,449	1,335	1,247	1,179	1,127
$r, \text{м}$	3,302	2,493	2,002	1,673	1,437	1,259	1,120	1,009	0,918	0,842
$h_0, \text{м}$	2,665	1,747	1,200	0,840	0,589	0,405	0,268	0,162	0,079	0,015

З аналізу представлених в табл. 1 даних видно, що осадка понтона і апліката центру величини при збільшенні ваги вантажу від 10 кН до 100 кН зростають лінійно з 0,145 м до 0,57 м і з 0,073 м до 0,285 м відповідно. Апліката центру ваги понтона з вантажем при цьому теж зростає з 0,710 м до 1,112 м, однак швидкість її зростання зі зростанням ваги вантажу зменшується. Апліката метацентру та метацентрична висота зі зростанням ваги вантажу у тому ж діапазоні значень навпаки спадають з 3,302 м до 0,842 м і 2,665 м до 0,015 м. При цьому зі зростанням ваги вантажу швидкість зменшення аплікати метацентру та метацентричної висоти теж зменшується.

Метацентрична діаграма понтона, побудована за результатами проведених розрахунків представлена на рис. 3.

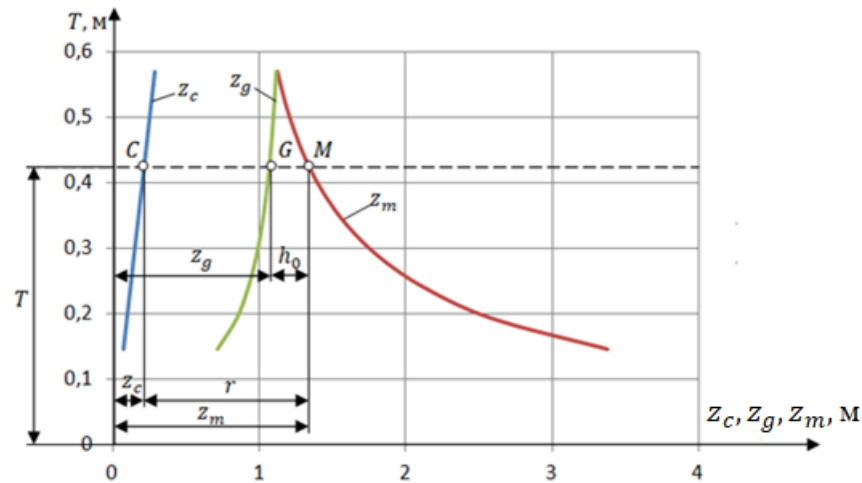
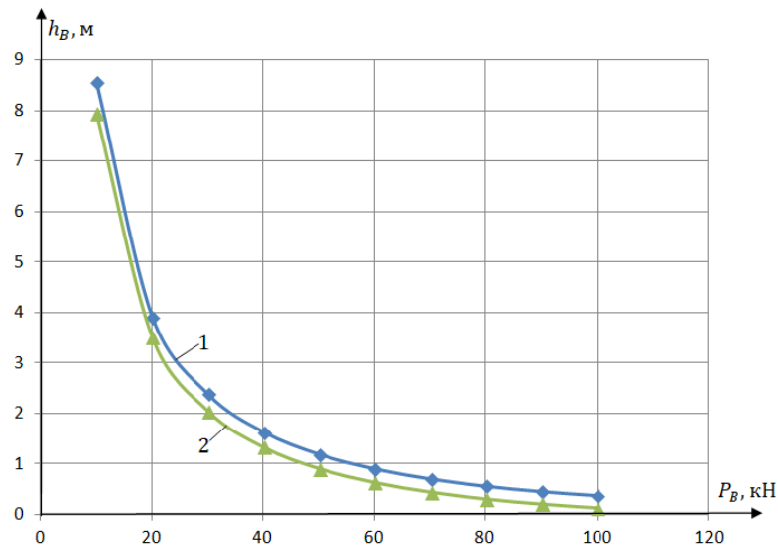


Рисунок 3 – Метацентрична діаграма понтона

Метацентричний радіус  $r$  та метацентричну висоту  $h_0$  за допомогою цієї діаграми визначають наступним чином. На вертикальній осі відкладають потрібне значення осадки  $T$ , проводять горизонтальну лінію, яка відповідає цій осадці, до перетину її з кривими  $z_c$ ,  $z_g$  та  $z_m$  і вимірюють відстані від точок перетину, тобто точок  $C$ ,  $G$  і  $M$ , до вертикальної осі. Ці відстані у вибраному масштабі визначають значення аплікат  $z_c$ ,  $z_g$  і  $z_m$ . Метацентричний радіус обчислюють як різницю аплікат  $z_m$  і  $z_c$ , а початкову метацентричну висоту – як різницю аплікат  $z_m$  і  $z_g$ .

Результати розрахунків висоти розташування центру ваги вантажу  $h_B$ , при якій метацентрична висота понтону з вантажем  $h_0 = 0$  м, (понтон знаходиться в стані нейтральної рівноваги) та при  $h_0 = 0,2$  м залежно від величини вантажу представлені в табл. 2 та на рис. 4.

Рисунок 4 – Залежності висоти розташування центру ваги вантажу  $h_B$  від ваги вантажу  $P_B$  при метацентричній висоті  $h_0 = 0$  м (1) та  $h_0 = 0,2$  м (2)

Таблиця 2. Результати розрахунків висоти розташування центру ваги вантажу над палубою  $h_B$  залежно від заданої метацентричної висоти  $h_0$  та ваги вантажу  $P_B$ .

$P_B$ , кН	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$h_0=0$ м										
$h_B$ , м	8,559	3,913	2,381	1,627	1,184	0,896	0,697	0,554	0,448	0,368
$h_0=0,2$ м										
$h_B$ , м	7,943	3,506	2,043	1,323	0,900	0,627	0,438	0,302	0,202	0,126

З представлених в табл. 2 та на рис.4 даних видно, що зі збільшенням величини вантажу  $P_B$  від 10 до 100 кН значення висоти розташування центру мас вантажу над палубою понтона  $h_B$  зменшується. Графіки залежності подібні за формою до гіперболи. Причому графік 1 для випадку нейтральної рівноваги розташований вище графіку 2 для випадку  $h_0=0,2$  м. Висота  $h_B$  при вазі вантажу 10 кН у випадку нейтральної рівноваги та при  $h_0=0,2$  м складала 8,559 м і 7,943 м відповідно, а при вазі вантажу 100 кН - 0,368 м і 0,126 м. Причому швидкість зменшення  $h_B$  зі зростанням величини  $P_B$  в обох випадках також значно зменшується. Так, при зміні  $P_B$  від 10 до 20 кН значення  $h_B$  у випадку нейтральної рівноваги зменшились на 4,646 м, а при зміні  $P_B$  від 90 до 100 кН - лише на 0,08 м. У випадку  $h_0=0,2$  м при зміні  $P_B$  від 10 до 20 кН значення  $h_B$  зменшилось на 4,437 м, а при зміні  $P_B$  від 90 до 100 кН - на 0,076 м.

**Висновки.** Запропоновано розрахункові залежності та методика розрахунку параметрів початкової поперечної остійності плавзасобів з корпусом у формі прямокутного паралелепіпеду з урахуванням величини та розташування центру ваги вантажу.

Проведено розрахунки параметрів остійності на прикладі прямокутного сталевих понтона вагою  $P_n=20,8$  кН, вантажопідйомністю 100 кН, розмірами  $L=9$  м,  $B=2,4$  м,  $H=0,9$  м з розташованим на палубі вантажем, вага якого  $P_B$  змінюється за величиною від 10 до 100 кН, а центр ваги розташований на одній вертикалі з центром ваги понтона.

За результатами розрахунків побудовано метацентричну діаграму понтона та розглянуто її використання.

Отримано і проаналізовано залежності висоти розташування центру ваги вантажу від його величини при заданих значеннях поперечного метацентричного радіусу.

Отримані результати можуть бути використані на практичних заняттях з теоретичної та прикладної механіки зі студентами спеціальності «Морський та внутрішній водний транспорт».

## ЛІТЕРАТУРА

1. Горалік Є.Т., Лупіна Т.О. Деякі задачі механіки для студентів напряму підготовки «Морський та річковий транспорт». Водний транспорт. Збірник наукових праць Київської державної академії водного транспорту. – Київ: КДАВТ 2014, №2 (20). – С. 158-165.
2. Пуцята П. гр. 2017ск, наук.кер. Лупіна Т.О. Оцінка метацентричного радіусу плавзасобу. Збірник тез науково-практичної конференції студентів, аспірантів і викладачів ДУІТ, Київ-2021. – С. 422-424.
3. Грищенко Є. гр. 2115, наук. кер. Горалік Є.Т. Про вплив форми корпусу на остійність плавзасобу. Збірник тез науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти, молодих вчених та викладачів ДУІТ, Київ-2023. – С. 372-375.
4. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
5. Теоретична механіка: підручник для студентів ВНТЗ/ за заг.ред. І.В.Кузьо. Харків: Фоліо, 2017. – 780 с.
6. Deleanu, Dumitru Theoretical mechanics. Theory and applications / Dumitru Deleanu – Constanta: Nautica, 2012. – 295 с.
7. Теоретична механіка: Збірник задач /О.С.Апостолюк, В.М.Воробйов, Д.І.Льчишина та ін.; За ред. М.А.Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.

8. Козицький С. В. Теоретична механіка. Задачі і приклади їх розв'язання [Текст]. навчальний посібник / С. В. Козицький, О. М. Латиш, О. І. Швець. - Видання 2-е доповнене та перероблене. – Одеса: ОНМА, 2013. – 369 с.
9. Козицький, С. В. Курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие для студентов и курсантов учеб. заведений мор. профиля / С. В. Козицкий, В. Х. Кириллов, Ф. Н. Иванченко. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Одесса : Атлант, 2013. – 294 с.
10. Иванченко Ф. М., Козицький С. В. Основи теоретичної та прикладної механіки. Одеса: Вид. «Апрель», 2016. - 252 с.
11. Донцов С. В. Основы теории судна: учебное пособие/С.В.Донцов. – Одесса: Феникс, 2007. – 142 с.
12. Віктор Горбов. Енциклопедія суднової енергетики: підручник. – Миколаїв: НУК, 2010. – 624 с.

## REFERENCES

1. Horalik Ye.T., Lupina T.O. (2014). Deiaki zadachi mekhaniky dlia studentiv napriamu pidhotovky "Morskyi ta richkovyi transport" [Some Problems of Mechanics for Students of the Direction of Training "Sea and River Transport"]. Vodnyi transport. Zbirnyk naukovykh prats Kyivskoi derzhavnoi akademii vodnoho transportu. – Kyiv: KDAVT 2014, №2 (20). – S. 158-165.
2. Putiata P. hr. 2017sk, nauk.ker. Lupina T.O. Otsinka metatsentrychnoho radiusu plavzasobu [Estimation of the metacentric radius of the watercraft]. Zbirnyk tez naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv i vykladachiv DUIT, Kyiv-2021. – S. 422-424.
3. Hryshchenko Ye. hr. 2115, nauk. ker. Horalik Ye.T. Pro vplyv formy korpusu na ostiinist plavzasobu [On the Influence of the Hull Shape on the Stability of the Watercraft]. Zbirnyk tez naukovo-praktychnoi konferentsii здобувачив вищої освіти, молодих вчених та викладачів DUIT, Kyiv-2023. – S. 372-375.
4. Pavlovskiy M.A. Teoretychna mekhanika: Pidruchnyk [Theoretical Mechanics: Textbook ]. – К.: Tekhnika, 2002. – 512 s.
5. Teoretychna mekhanika: pidruchnyk dlia studentiv VNTZ [Theoretical Mechanics: Textbook for VNTZ Students]/ za zah.red. I.V.Kuzo. Kharkiv: Folio, 2017. – 780 s.
6. Deleanu, Dumitru Theoretical mechanics. Theory and applications / Dumitru Deleanu – Constanta: Nautica, 2012. – 295 с.
7. Teoretychna mekhanika: Zbirnyk zadach [Theoretical Mechanics: Collection of Problems] /O.S.Apostoliuk, V.M.Vorobiov, D.I.Ilchyshyna ta in.; Za red. M.A.Pavlovskoho.– К.: Tekhnika, 2007. – 400 s.
8. Kozytskyi S. V. Teoretychna mekhanika. Zadachi i pryklady yikh rozv'iazannia [Tekst]. navchalnyi posibnyk [Theoretical Mechanics. Problems and examples of their solution [Text]. Tutorial] / S. V. Kozytskyi, O. M. Latysh, O. I. Shvets. - Vydannia 2-е dopovnene ta pereroblene.– Одеса: ОНМА, 2013. – 369 с.
9. Kozytskyi, S. V. Kurs teoretycheskoi mekhanyky [Tekst] : ucheb. posobyе dlia studentov y kursantov ucheb. zavedenyi mor. profylya [Course of Theoretical Mechanics [Text] : Handbook for Students and Cadets of Studies. establishments of the sea. Profile] / S. V. Kozytskyi, V. X. Kyryllov, F. N. Yvanchenko. - Yzd. 2-е, pererab. y dop. - Odessa : Atlant, 2013.– 294 s.
10. Ivanchenko F. M., Kozytskyi S. V. Osnovy teoretychnoi ta prykladnoi mekhaniky [Fundamentals of Theoretical and Applied Mechanics]. Odessa: Vyd. «Aprel», 2016. - 252 s. Основи теоретичної та прикладної механіки. Одеса: Вид. «Апрель», 2016. - 252 с.
11. Dontsov C. B. Osnovy teoryu sudna: uchebnoje posobyje [Fundamentals of Ship Theory: A Study Guide]/S.V.Dontsov. – Odessa: Fenyks, 2007. – 142 s.
12. Viktor Horbov. Entsyklopediia sudnovoi enerhetyky: pidruchnyk.[ Encyclopedia of Ship Energy: Textbook ] – Mykolaiv: NUK, 2010. – 624 s.

**Goralik J.T., Lupina T.O.**

**SOME PROBLEMS ABOUT THE STABILITY OF WATERCRAFT IN THE COURSES OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS**

*The aim of the article is to develop and test a methodology for solving some problems about the stability of watercraft for practical classes and computational and graphic work on the courses of theoretical and applied mechanics for students of the specialty 271 "Sea and Inland Water Transport".*

*On the basis of the provisions of the theory of initial static stability of ships, the problems of calculating the initial transverse metacentric height of a watercraft with a hull in the form of a rectangular parallelepiped and the construction of its metacentric diagrams, as well as the problems of calculating the height of the center of mass of cargo above the deck of the watercraft at a given value of its transverse metacentric height are considered. The analytical calculation dependencies necessary for solving the proposed problems are presented, calculations for which were carried out using Microsoft Excel.*

*Approbation of methods for solving problems was carried out on the example of a steel pontoon with a carrying capacity of 100 kN, the body of which weighing  $P = 20.8$  kN has the shape of a rectangular parallelepiped with dimensions of  $2.4 \times 0.9 \times 9.0$  m.*

*The results of the calculations are presented in the form of tables and graphs of dependencies: pontoon draught, application of the center of magnitude, center of gravity, metacenter, metacentric radius and metacentric height of the pontoon from the weight of the cargo at a given height of its location above the deck; the height of the location of the center of gravity of the cargo above the deck depending on the specified metacentric height and weight of the cargo. An analysis of the estimated data has been carried out. The sequence of determining the stability parameters on the basis of the graphs of the metacentric pontoon diagram is described.*

*It is concluded that it is expedient to use the proposed calculation methods for practical classes and computational and graphic works on theoretical and applied mechanics with students of the specialty "Maritime and Inland Water Transport".*